

2.4.3. 基本方程式 (α 円盤)

標準円盤モデルは、以下の近似および簡単化をしている。

- (1) 円筒座標系(r, ϕ, z)を用いる
- (2) 円盤は定常である: $\partial / \partial t \Rightarrow 0$
- (3) 円盤は軸対称である: $\partial / \partial \phi \Rightarrow 0$
- (4) 円盤は幾何学的に薄い, $H \ll r$: (r, z)2次元 \Rightarrow (1+1)次元
- (5) 円盤はケプラー回転 (遠心力=重力) をする。
- (6) 円盤は光学的に厚い: $\tau \gg 1$
- (7) 円盤は黒体放射する。
- (8) 円盤表面単位面積からの単位時間当たり放射エネルギー量は、放射拡散近似⁴³で

$$F = \int (ac/3\kappa\rho)(dT^4/dz)dz \approx 4\sigma T^4/(3\tau) \quad (2.80)$$
- (9) 円盤において、粘性加熱率と放射冷却率がバランスする。

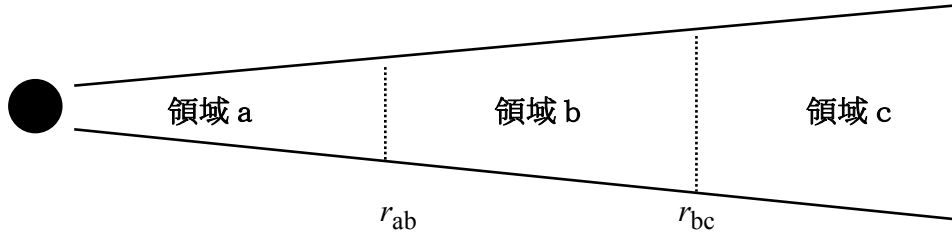
1. $\rho = \Sigma / 2H$	連続の式 (鉛直)
2. $\dot{M} = -2\pi r v_r \Sigma$	連続の式 (動径)
3. $H = c_s / \Omega$	静水圧平衡
4. $\Omega = \sqrt{GM / r^3}$	ケプラー回転
5. $v\Sigma = \frac{\dot{M}}{3\pi} \left(1 - \sqrt{\frac{r_*}{r}}\right)$	角運動量保存
6. $\frac{4\sigma T^4}{3\tau} (= F) = \frac{9}{8} v\Sigma\Omega^2$	エネルギーバランス
7. $c_s^2 = P / \rho$	音速
8. $P = P_{\text{gas}} + P_{\text{rad}} = \frac{\rho kT}{\mu m_p} + \frac{4\sigma}{3c} T^4$	状態方程式
9. $\tau = \kappa_R(\rho, T)\rho H = (\kappa_0\rho T^{-3.5} + \kappa_{\text{es}})\rho H$	光学的厚み
10. $\nu = \frac{2}{3}\alpha c_s H$	α 粘性

表2.5 α 円盤の基本方程式

⁴³ 1.3.3節コラム「放射拡散近似」。光学的に厚いガス層の中で光子はじわじわ拡散していく。

表2.5に基本方程式をまとめておく。未知の物理量は10個 ($\rho, \Sigma, H, v_r, C_S, \Omega, P, T, \tau, \nu$)、基本方程式は10本である。 M, \dot{M}, α を与えると式が閉じて、構造が r の関数として決定される。最終結果は、コラム「標準円盤の構造」に与えた。

コラム「標準円盤の構造」



$$R \equiv r / r_S, \quad m \equiv M / M_{\text{sun}}, \quad \dot{m} \equiv \dot{M} / (L_E / c^2), \quad f \equiv 1 - \sqrt{3r_S / r}$$

$$r_{\text{ab}} = 18(\alpha m)^{2/21} (\dot{m} f)^{16/21} r_S; \quad r_{\text{bc}} = 2500(\dot{m} f)^{2/3} r_S$$

領域 a

$P \sim P_{\text{rad}}, \kappa \sim \kappa_{\text{es}}$

$r < r_{\text{ab}}$

$$H = 5.5 \times 10^4 m \dot{m} f \text{ (cm)}$$

$$\Sigma = 1.0 \times 10^2 \alpha^{-1} \dot{m}^{-1} R^{3/2} f^{-1} \text{ (g cm}^{-2}\text{)}$$

$$|v_r| = 7.6 \times 10^8 \alpha \dot{m}^2 R^{-5/2} f \text{ (cm s}^{-1}\text{)}$$

$$T = 4.9 \times 10^7 (\alpha m)^{-1/4} R^{-3/8} \text{ (K)}$$

$$\tau_* = 8.4 \times 10^{-3} \alpha^{-17/16} m^{-1/16} \dot{m}^{-2} R^{93/32} f^{-2}$$

領域 b

$P \sim P_{\text{gas}}, \kappa \sim \kappa_{\text{es}}$

$r_{\text{ab}} < r < r_{\text{bc}}$

$$H = 2.7 \times 10^3 \alpha^{-1/10} m^{9/10} \dot{m}^{1/5} R^{21/20} f^{1/5} \text{ (cm)}$$

$$\Sigma = 4.3 \times 10^4 \alpha^{-4/5} m^{1/5} \dot{m}^{3/5} R^{-3/5} f^{3/5} \text{ (g cm}^{-2}\text{)}$$

$$|v_r| = 1.7 \times 10^6 \alpha^{4/5} m^{-1/5} \dot{m}^{2/5} R^{-2/5} f^{-3/5} \text{ (cm s}^{-1}\text{)}$$

$$T = 2.2 \times 10^8 (\alpha m)^{-1/5} \dot{m}^{2/5} R^{-9/10} f^{2/5} \text{ (K)}$$

$$\tau_* = 2.4 \times 10^1 \alpha^{-4/5} m^{1/5} \dot{m}^{1/10} R^{3/20} f^{1/10}$$

領域 c

$P \sim P_{\text{gas}}, \kappa \sim \kappa_{\text{abs}}$

$r > r_{\text{bc}}$

$$H = 1.5 \times 10^3 \alpha^{-1/10} m^{9/10} \dot{m}^{3/20} R^{9/8} f^{3/20} \text{ (cm)}$$

$$\Sigma = 1.4 \times 10^5 \alpha^{-4/5} m^{1/5} \dot{m}^{7/10} R^{-3/4} f^{7/10} \text{ (g cm}^{-2}\text{)}$$

$$|v_r| = 5.4 \times 10^5 \alpha^{4/5} m^{-1/5} \dot{m}^{3/10} R^{-1/4} f^{-7/10} \text{ (cm s}^{-1}\text{)}$$

$$T = 6.9 \times 10^7 (\alpha m)^{-1/5} \dot{m}^{3/10} R^{-3/4} f^{3/10} \text{ (K)}$$

$$\tau = 7.9 \times 10^1 \alpha^{-4/5} (m \dot{m} f)^{1/5}$$