

Beamer 向け講義ノート向けのサンプル

qiita 用のサンプルとして

山田真也

2019 年 4 月 27 日

目次

1	基礎方程式	1
1.1	標準降着円盤モデル	1
1.2	高温降着流 ADAF	3
2	基礎方程式	3
2.1	標準降着円盤モデル	3
2.2	高温降着流 ADAF	4

1 基礎方程式

基礎方程式

1.1 標準降着円盤モデル

標準円盤モデルは、以下の近似および簡単化をしている。

1. 円筒座標系 (r, ϕ, z) を用いる
2. 円盤は定常である : $\partial/\partial t \Rightarrow 0$
3. 円盤は軸対称である : $\partial/\partial \phi \Rightarrow 0$
4. 円盤は幾何学的に薄い。 $H \ll r : (r, z)$ 2次元 $\Rightarrow (1+1)$ 次元化
5. 円盤はケプラー回転 (遠心力 = 重力) する

6. 円盤は光学的に厚い: $\tau \gg 1$
7. 円盤は黒体放射する
8. 円盤表面単位面積からの単位時間当たりの放射エネルギー量は、放射拡散近似で、

$$F [\text{erg/cm}^{-2}\text{s}^{-1}] = \int (ac/3\kappa\rho)(dT^4/dz)dx \approx 4\sigma T^4/3\tau \quad (1)$$

と書ける。ここで、

- 輻射密度定数 $a = \pi^2 k^4 / 15 c^3 \hbar^3 = 7.57 \times 10^{-15} \text{ erg/cm}^{-3} \text{ K}^{-4}$,
 - シュテファン-ボルツマン定数 $\sigma = ac/4 = 5.67 \times 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{ K}^{-4} \text{ s}^{-1}$
- である。

9. 円盤において、粘性加熱率と放射冷却率がバランスする。

まとめると、

- 未知の物理量は 10 個 ($\rho, \Sigma, H, v_r, c_s, \Omega, P, T, \tau, \nu$)
- 基本方程式は 10 本
- パラメータは、 M, \dot{M}, α の 3 つ。

で式が閉じて、各物理量が r の関数として決定できる。

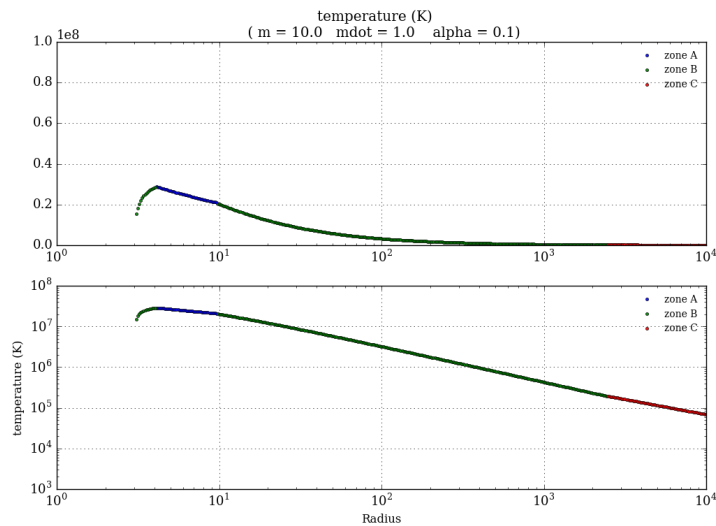


図 1 計算結果の例

1.2 高温降着流 ADAF

ADAF モデルは、以下の近似および簡単化をしている。

1. 円筒座標系 (r, ϕ, z) を用いる
2. 円盤は定常である: $\partial/\partial t \Rightarrow 0$
3. 円盤は軸対称である: $\partial/\partial \phi \Rightarrow 0$
4. 円盤は幾何学的にやや厚めである。 $H < r$: (r, z) 2次元 $\Rightarrow (1+1)$ 次元化
5. 円盤は非ケプラー回転 (遠心力 $<$ 重力) する
6. 円盤は光学的に薄い: $\tau < 1$
7. 円盤は熱制動放射や逆コンプトン散乱, シンクロトロン放射で光る。
8. 円盤において、粘性加熱率と移流冷却率がバランスする。

まとめると、

- 未知の物理量は 10 個 ($\rho, \Sigma, H, v_r, c_s, \Omega, P, T, \tau, \nu$)
- 基本方程式は 10 本
- パラメータは、 $M, \dot{M}, \alpha, l_{in}$ の 4 つ。(アウトフローがある場合はさらに r_{disk} と p が加わる)

ここで、 l_{in} は、ブラックホールに吸い込まれるガスのもつ、単位質量当たりの角運動量を表す。標準円盤との大きな違いは、運動方程式 (4) とエネルギー方程式 (6) に現れる。ともに、微分を含んでいることが解析を困難にし、数値的に解く必要がある。適当な境界条件を与えると、微分方程式が解けて、密度や温度などの物理量が r の関数として決定できる。

2 基礎方程式

基礎方程式

2.1 標準降着円盤モデル

標準円盤モデルは、以下の近似および簡単化をしている。

1. 円筒座標系 (r, ϕ, z) を用いる

2. 円盤は定常である : $\partial/\partial t \implies 0$
3. 円盤は軸対称である : $\partial/\partial\phi \implies 0$
4. 円盤は幾何学的に薄い。 $H \ll r$: (r, z) 2次元 $\implies (1 + 1)$ 次元化
5. 円盤はケプラー回転 (遠心力 = 重力) する
6. 円盤は光学的に厚い : $\tau \gg 1$
7. 円盤は黒体放射する
8. 円盤表面単位面積からの単位時間当たりの放射エネルギー量は、放射拡散近似で、

$$F [\text{erg/cm}^{-2}\text{s}^{-1}] = \int (ac/3\kappa\rho)(dT^4/dz)dx \approx 4\sigma T^4/3\tau \quad (2)$$

と書ける。ここで、

- 輻射密度定数 $a = \pi^2 k^4 / 15 c^3 \hbar^3 = 7.57 \times 10^{-15} \text{ erg/cm}^{-3} \text{ K}^{-4}$,
 - シュテファン-ボルツマン定数 $\sigma = ac/4 = 5.67 \times 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{ K}^{-4} \text{ s}^{-1}$
- である。

9. 円盤において、粘性加熱率と放射冷却率がバランスする。

まとめると、

- 未知の物理量は 10 個 ($\rho, \Sigma, H, v_r, c_s, \Omega, P, T, \tau, \nu$)
- 基本方程式は 10 本
- パラメータは、 M, \dot{M}, α の 3 つ。

で式が閉じて、各物理量が r の関数として決定できる。

2.2 高温降着流 ADAF

ADAF モデルは、以下の近似および簡単化をしている。

1. 円筒座標系 (r, ϕ, z) を用いる
2. 円盤は定常である : $\partial/\partial t \implies 0$
3. 円盤は軸対称である : $\partial/\partial\phi \implies 0$
4. 円盤は幾何学的にやや厚めである。 $H < r$: (r, z) 2次元 $\implies (1 + 1)$ 次元化
5. 円盤は非ケプラー回転 (遠心力 < 重力) する
6. 円盤は光学的に薄い : $\tau < 1$
7. 円盤は熱制動放射や逆コンプトン散乱, シンクロトロン放射で光る。
8. 円盤において、粘性加熱率と移流冷却率がバランスする。

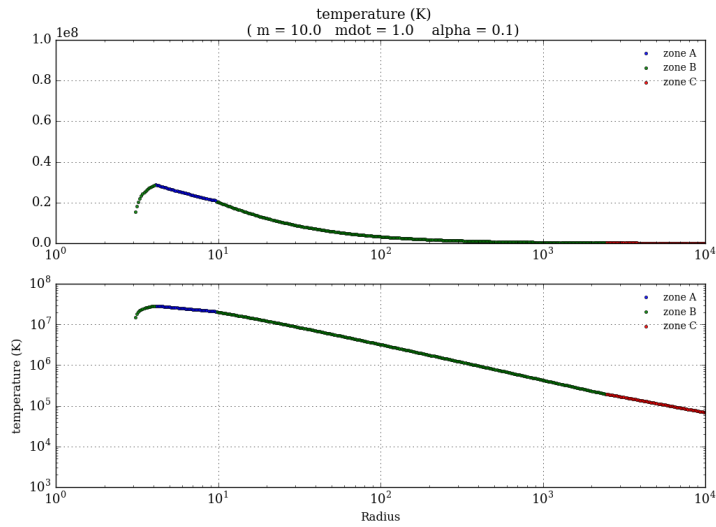


図2 計算結果の例

まとめると、

- 未知の物理量は 10 個 ($\rho, \Sigma, H, v_r, c_s, \Omega, P, T, \tau, \nu$)
- 基本方程式は 10 本
- パラメータは、 $M, \dot{M}, \alpha, l_{in}$ の 4 つ。(アウトフローがある場合はさらに r_{disk} と p が加わる)

ここで、 l_{in} は、ブラックホールに吸い込まれるガスのもつ、単位質量当たりの角運動量を表す。標準円盤との大きな違いは、運動方程式 (4) とエネルギー方程式 (6) に現れる。ともに、微分を含んでいることが解析を困難にし、数値的に解く必要がある。適当な境界条件を与えると、微分方程式が解けて、密度や温度などの物理量が r の関数として決定できる。